

Eine neue Sicht auf das Einstein Podolsky Rosen Paradoxon und das Bellsche Experiment

Tom Rother

Juli 2026

1 Einleitung

Mit dem Aufkommen der Quantenmechanik vor über 100 Jahren hat die Physik einen ihrer größten Umbrüche erlebt, dessen erkenntnistheoretische Konsequenz bis heute nicht nur unter Physikern kontrovers diskutiert wird. Die sogenannte EPR-Arbeit von Einstein, Podolsky und Rosen, die 1935 im Journal Physical Review erschien, die Existenz verschränkter Zustände und die Bellsche bzw. CHSH-Ungleichung sowie deren nachgewiesene Verletzung in realen Experimenten stehen dabei im Zentrum dieser Diskussionen. Und nicht nur in populärwissenschaftlichen Darstellungen werden diese Aspekte der Quantenmechanik gerne mystifiziert. Man denke beispielsweise an Schrödingers seltsame Katze, die sowohl tot als auch lebendig sein kann. Dabei hat die Quantenmechanik gerade in den letzten Jahrzehnten erheblich zum technologischen Fortschritt beigetragen und ist unverzichtbar für unser heutiges Leben geworden. Was ist die Ursache für diese Diskrepanz zwischen praktischer Bedeutung und erkenntnistheoretischer Einordnung in unser physikalisches Weltbild? Ein entscheidender Umstand dafür ist sicher in der Tatsache zu sehen, dass die Objekte der Quantenmechanik sich einer direkten sinnlichen Wahrnehmung entziehen, im Unterschied zu den meisten Objekten der klassischen Physik. Wir setzen uns mit ihnen nur auf der Ebene der Wirkungen auseinander, die sie auf unsere sinnlich wahrnehmbare Welt ausüben. Und das ist natürlich ein idealer Nährboden für metaphysische Betrachtungen. Dabei ist uns diese Situation bereits auch in der klassischen Physik gar nicht so fremd, wenn wir an die elektromagnetischen Felder denken. Auch diese offenbaren sich uns nur durch ihre Wirkungen. So schrieb z.B. Feynman in seinen berühmten „Feynman Lectures on Physics“: *I see some kind of vague shadowy, wiggling lines – here and there is an „E“ and „B“ written on them somehow, and perhaps some of the lines have arrows on them – an arrow here or there which disappears when I look too closely at it*“. Doch selbst Nichtphysiker haben heute kein Problem damit, ganz selbstverständlich über solche Felder zu sprechen und deren Existenz als gegeben anzusehen. Dabei hat die Quantenmechanik mit der von vor genau 100 Jahren

veröffentlichten Schrödinger-Gleichung und der statistischen Interpretation der Wellenfunktion durch Max Born ein solides mathematisches Fundament erhalten, das sich konzeptionell an das Vorgehen im Bereich elektromagnetischer Felder anlehnt. D.h., auch die Schrödinger-Gleichung behandelt Wechselwirkungen auf der Zustandsebene, und erst durch das Betragsquadrat der Zustandsfunktion ergeben sich daraus nachprüfbar Wahrscheinlichkeiten für physikalische Größen. Warum also fällt uns die Einordnung der Quantenmechanik in unser erkenntnistheoretisches Verständnis von Physik immer noch so schwer? Die folgenden Ausführungen sind der Versuch, auf diese Fragen eine Antwort zu geben und etwas zur Entmystifizierung der erkenntnistheoretischen Diskussionen beizutragen. Diese Arbeit ist der Entdeckung der Schrödinger-Gleichung vor genau 100 Jahren gewidmet.

2 Bellsches Experiment und CHSH-Ungleichung

Im Jahr 1964 veröffentlichte J.S. Bell in der Zeitschrift *Physics* eine Ungleichung, von der er hoffte, dass sie eine Antwort auf das Einstein Podolsky Rosen Paradoxon geben könnte. Die CHSH-Ungleichung ist eine Modifikation der Bellschen Ungleichung, die besser an die experimentelle Situation angepasst ist. Sie geht auf eine Arbeit von Clauser, Horne, Shimony und Holt aus dem Jahr 1969 zurück. Sehen wir uns jedoch erst einmal an, um was für ein Experiment es hier geht. Dazu betrachten wir dessen rein mathematische Struktur auf Zustandsebene. Wir werden dann sehen, zu welchen unterschiedlichen Ergebnissen wir kommen, wenn wir dieses Experiment mit klassischen und quantenmechanischen Objekten ausführen und worin deren Unterschied begründet liegt. Das klassische Experiment kann der Leser an einem verregneten Wochenende zu Hause selbst durchführen, um sich von der Richtigkeit der entsprechenden Ergebnisse zu überzeugen. Bei den quantenmechanischen Objekten ist das leider nicht so einfach. Dazu muss der Leser ein gut ausgestattetes Physiklabor aufsuchen.

2.1 Mathematische Struktur des Bellschen Experiments auf Zustandsebene

Das Schema für die kinematische Beschreibung dieses Experiments auf der Basis von Wahrscheinlichkeitszuständen ist in Abbildung 1 dargestellt. Im Zentrum sehen wir eine primäre stochastische Quelle. Diese Quelle entsendet bei jedem einzelnen Schritt des Experiments ein Objektpaar, wobei sich die einzelnen Objekte des Paares in verschiedene Richtungen **A** und **B** bewegen. Die Objekte selbst sind durch die physikalische Größe **q** charakterisiert, welche entweder den Wert **q₊** oder **q₋** annehmen kann. Diese Paare mit jeweils entgegengesetzten Werten werden von der Quelle mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ entsendet. D.h., bei jedem einzelnen Schritt bewegen wir uns entweder entlang der oberen oder unteren Zeile der Grafik. Nimmt die physikalische Größe eines Objekts den Wert **q₊** an, dann sagen wir, dass es sich im Zustand $|\varphi_+\rangle$ befindet. Dieser Zustand bezeichnet den Vektor $(1, 0)$. Beim Wert **q₋** befindet es sich dagegen im Zustand

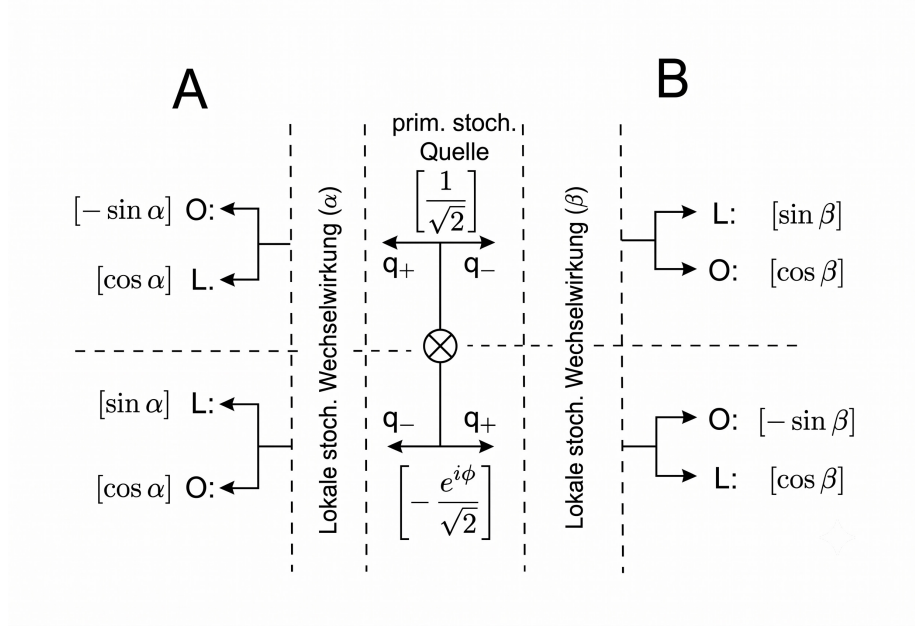


Abbildung 1: Schema des Bell-Experiments

$|\varphi_{-}\rangle$, ausgedrückt durch den Vektor $(0, 1)$. Durch einen zusätzlich hochgestellten Index A oder B an den Zustandsvektoren wird angegeben, auf welcher Seite sich das Objekt befindet. Der gesamte Wahrscheinlichkeitszustand der primären stochastischen Quelle wird somit durch den verschränkten Zustand (auch Bellscher Zustand genannt)

$$|Q_g\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\varphi_{+}^A, \varphi_{-}^B\rangle - e^{i\phi}|\varphi_{-}^A, \varphi_{+}^B\rangle) \quad (1)$$

charakterisiert. Da die Vektoren $|\varphi_{+}^A, \varphi_{-}^B\rangle$ und $|\varphi_{-}^A, \varphi_{+}^B\rangle$ orthogonal zueinander sind, ergibt das Skalarprodukt $\langle Q_g|Q_g\rangle$ gerade die oben erwähnten Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{2}$, mit der jeweils ein bestimmtes Objektpaar von der primären stochastischen Quelle entsendet wird. Die Werte in den eckigen Klammern der Skizze stehen somit für die Wahrscheinlichkeitsamplituden. Die Bedeutung des Phasenterms vor dem 2. Zustand der primären Quelle werden wir später diskutieren.

Nach dem Freisetzen des Objektpaares durch die primäre Quelle finden dann auf jeder Seite lokale Wechselwirkungen statt, die durch jeweils einen Parameter (hier die Winkel α und β) charakterisiert werden. Nach dieser Wechselwirkung des jeweiligen Objekts gelangt dieses entweder in einen Detektor, der einen Klick produziert (L), oder das Objekt wird von der Wechselwirkung absorbiert und erzeugt am Detektor dementsprechend keinen Klick (O). Die in den eckigen Klammern angegebenen Funktionen beschreiben auch hier wieder die Wahr-

scheinlichkeitsamplituden für das Produzieren eines Klicks oder keines Klicks. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass diese Amplituden gerade die Elemente der 2-dim. Drehmatrix enthalten. Wir definieren jetzt:

- Der Detektor auf Seite **A** befindet sich im Zustand $|\tilde{\varphi}_1^A\rangle = (\cos \alpha, -\sin \alpha)$ wenn er klickt.
- Der Detektor auf Seite **A** befindet sich im Zustand $|\tilde{\varphi}_2^A\rangle = (\sin \alpha, \cos \alpha)$ wenn er nicht klickt.
- Der Detektor auf Seite **B** befindet sich im Zustand $|\tilde{\varphi}_1^B\rangle = (\cos \beta, -\sin \beta)$ wenn er klickt.
- Der Detektor auf Seite **B** befindet sich im Zustand $|\tilde{\varphi}_2^B\rangle = (\sin \beta, \cos \beta)$ wenn er nicht klickt.

Diese Zustandsvektoren bilden ebenfalls wieder eine Basis im 2-dim. Zustandsraum des jeweiligen Detektors, d.h., sie sind jeweils orthogonal zueinander und auf 1 normiert. Somit gilt für die möglichen Zustände der Detektoren gemäß der oberen Zeile von Abbildung 1:

- Detektor auf Seite **A**: $\cos \alpha \cdot |\tilde{\varphi}_1^A\rangle - \sin \alpha \cdot |\tilde{\varphi}_2^A\rangle$.
- Detektor auf Seite **B**: $\sin \beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^B\rangle + \cos \beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^B\rangle$.

Und entsprechend erhalten wir für die möglichen Zustände der Detektoren gemäß der unteren Zeile von Abbildung 1:

- Detektor auf Seite **A**: $\sin \alpha \cdot |\tilde{\varphi}_1^A\rangle + \cos \alpha \cdot |\tilde{\varphi}_2^A\rangle$.
- Detektor auf Seite **B**: $\cos \beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^B\rangle - \sin \beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^B\rangle$.

Sowohl die obere als auch untere Zeile der Abbildung 1 repräsentieren jetzt jeweils einen 4-dim. Ereignisraum. Beide Detektoren können klicken (Zustand $|\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle$), nicht klicken (Zustand $|\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle$), oder es klickt jeweils nur 1 Detektor (Zustände $|\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle$ oder $|\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle$). Auch diese 4 Vektoren bilden eine Basis in diesem 4-dim. Ereignisraum. Für einen gegebenen Satz α und β für die Wechselwirkungsparameter erhalten wir somit als mögliche Zustände für die obere Zeile des Experiments in Abbildung 1:

$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot [\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle + \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle - \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle] \quad (2)$$

und entsprechend für die untere Zeile

$$|\Psi_2\rangle = -\frac{e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \cdot [\sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle + \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle - \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle]. \quad (3)$$

Da diese beiden Teilzustände sich aus dem direkten Produkt der 2-dim. Unterräume auf jeder Seite ergeben, handelt es sich jetzt nicht mehr um verschränkte Zustände. Den Gesamtzustand des ganzen Experiments erhalten wir aus der Überlagerung (Superposition) dieser beiden Teilzustände:

$$\begin{aligned}
|\Psi_g\rangle &= |\Psi_1\rangle + |\Psi_2\rangle = \\
&\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\cos \alpha \cdot \sin \beta - e^{i\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta) \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle \\
&+ \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \beta + e^{i\phi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta) \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle \\
&- \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sin \alpha \cdot \sin \beta + e^{i\phi} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta) \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle \\
&- \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \beta - e^{i\phi} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta) \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle.
\end{aligned} \tag{4}$$

Aus dem Skalarprodukt ergeben sich daraus die folgenden Wahrscheinlichkeiten für jedes Ereignis in diesem 4-dim. Ereignisraum:

- Klick auf beiden Seiten:

$$\begin{aligned}
W_{11}(\alpha, \beta) &= \frac{1}{2} \cdot (\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta \\
&\quad - 2 \cdot \cos \phi \cdot w(\alpha, \beta))
\end{aligned} \tag{5}$$

- kein Klick auf beiden Seiten:

$$W_{22}(\alpha, \beta) = W_{11}(\alpha, \beta) \tag{6}$$

- Klick auf Seite A, kein Klick auf Seite B:

$$\begin{aligned}
W_{12}(\alpha, \beta) &= \frac{1}{2} \cdot (\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta \\
&\quad + 2 \cdot \cos \phi \cdot w(\alpha, \beta))
\end{aligned} \tag{7}$$

- Klick auf Seite B, kein Klick auf Seite A:

$$W_{21}(\alpha, \beta) = W_{12}(\alpha, \beta), \tag{8}$$

mit

$$w(\alpha, \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta. \tag{9}$$

2.2 CHSH-Ungleichung

1969 veröffentlichten J. Clauser, M. Horne, A. Shimony und R. Holt in den Physical Review Letters alternativ zur Bellschen Ungleichung die folgende Ungleichung:

$$|C(\alpha, \beta) - C(\alpha, \beta')| + |C(\alpha', \beta) + C(\alpha', \beta')| \leq 2. \tag{10}$$

Hierbei ist $C(\alpha, \beta)$ die Korrelationsfunktion für einen bestimmten Parametersatz (α, β) unseres obigen Experiments. Sie berechnet sich aus den Wahrscheinlichkeiten zu

$$C(\alpha, \beta) = W_{11}(\alpha, \beta) + W_{22}(\alpha, \beta) - W_{12}(\alpha, \beta) - W_{21}(\alpha, \beta). \quad (11)$$

Aus den Wahrscheinlichkeiten (5) - (9) ergibt sich für die Korrelationsfunktion somit der Ausdruck

$$C(\alpha, \beta) = -\cos 2(\alpha - \beta) + 4 \cdot w(\alpha, \beta) \cdot (1 - \cos \phi). \quad (12)$$

Die Ungleichung (10), so die bisherige Interpretation in der Physik, kann nicht durch eine Theorie bzw. ein Experiment **lokaler Realität** verletzt werden. “Lokal” bedeutet, dass keine Information oder Wirkung schneller übertragen werden kann als mit Lichtgeschwindigkeit. Und mit “realistisch” ist gemeint, dass die Werte der an einem physikalischen Objekt messbaren Größen unabhängig davon existieren, ob sie gemessen werden oder nicht. D.h., sie repräsentieren “reale” Eigenschaften des Objekts. Es ist unter anderem die Sinnhaftigkeit einer solchen Kategorisierung von Experimenten oder Theorien, die wir in dieser Arbeit diskutieren wollen. Dazu sehen wir uns zunächst 2 spezielle Experimente an.

2.2.1 Ein klassisches Experiment

Um die mathematische Struktur des zuvor beschriebenen Experiments mit klassischen Objekten zu veranschaulichen, können wir uns ein einfaches makroskopisches System vorstellen. Wir nehmen an, die primäre stochastische Quelle besteht aus einer Vorrichtung, die in jedem Schritt ein Paar von Kugeln versendet – eine weiße und eine schwarze Kugel. Die Quelle mischt die Kugeln verdeckt und schickt eine Kugel in Richtung **A** und die andere in Richtung **B** (für das Experiment zu Hause an einem verregneten Wochenende: Man stecke eine weiße und eine schwarze Kugel in eine Urne und zieht daraus anschließend blind die Kugel für je eine Richtung). Da die Farben der Kugeln paarweise entgegengesetzt sind, entspricht dies der paarweisen Korrelation unserer primären Quelle, beschrieben durch den verschränkten Wahrscheinlichkeitszustand.

Die lokalen Wechselwirkungen auf den Seiten **A** und **B** werden nun durch 2 zusätzliche Urnen auf jeder Seite realisiert. Diese sind so mit weißen und schwarzen Kugeln zu füllen, daß die Wahrscheinlichkeit, eine weiße oder schwarze Kugel zu ziehen, mit den vom Parameter α oder β abhängigen Wahrscheinlichkeiten $\cos^2 \alpha/\beta$ bzw. $\sin^2 \alpha/\beta$ gemäß den in Abbildung 1 angegebenen Amplituden übereinstimmt. Für die Hausaufgabe: Für $\alpha = \pi/8$ wären das beispielsweise auf Seite **A** die 2 Urnen U_α^w (aus dieser Urne wird blind eine weitere Kugel gezogen, wenn die Farbe der Kugel aus der primären Quelle auf dieser Seite weiss ist) und U_α^s (aus dieser Urne wird blind eine weitere Kugel gezogen, wenn die Farbe der Kugel aus der primären Quelle auf dieser Seite schwarz ist). Erstere wird mit 17 weißen und 3 schwarzen Kugeln und Letztere mit 17 schwarzen und 3 weissen Kugeln gefüllt. Das entspricht dem Experiment mit der Parameterkombination $(\alpha = \pi/8, \beta = 0)$. Ein „Klick“ auf der jeweiligen Seite erfolgt genau dann,

wenn eine weiße Kugel den Detektor passiert. Bei der schwarzen Kugel erfolgt "kein Klick" (beim Hausversuch kann man sich natürlich einen solchen Detektor sparen und einfach die Farbereignisse zählen). Das Experiment ist für jedes Parameterpaar (α, β) solange durchzuführen, bis wir aus den relativen Häufigkeiten möglichst genau die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten berechnen können.

Da es sich um klassische Objekte handelt, steht die Eigenschaft der Kugel (ihre Farbe) bereits in dem Moment fest, in dem sie die Quelle verlässt. Und dieses Wissen benötigen wir für das Ziehen einer weiteren Kugel aus der entsprechenden Urne. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Detektor klickt, ist hier eine rein klassische bedingte Wahrscheinlichkeit, die auf unserer Unkenntnis über die tatsächliche Farbe der Kugel aus den zusätzlichen Urnen beruht, bevor wir sie gezogen haben. Entsprechend erhalten wir bei diesem Experiment für eine gegebene Parameterkonfiguration (α, β) die klassischen Wahrscheinlichkeiten

$$W_{11}(\alpha, \beta) = W_{22}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cdot (\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta) \quad (13)$$

und

$$W_{12}(\alpha, \beta) = W_{21}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cdot (\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta). \quad (14)$$

Mathematisch wird dies im obigen Formalismus sofort verständlich, wenn wir in den allgemeinen Ausdrücken (5) - (8) $\phi = \pi/2$ wählen. Das hat zur Konsequenz, dass in der Korrelationsfunktion (12) wegen $\cos \pi/2 = 0$ der Term $4 \cdot w(\alpha, \beta)$ verbleibt:

$$C(\alpha, \beta) = -\cos 2(\alpha - \beta) + 4 \cdot w(\alpha, \beta). \quad (15)$$

2.2.2 Ein quantenmechanisches Experiment

Wir betrachten nun ein Experiment, auf das ebenfalls das Schema der Abbildung 1 anwendbar ist, das jetzt jedoch mit quantenmechanischen Objekten ausgeführt wird. Konkret können das polarisationsverschränkte Photonenpaare sein, wie sie beispielsweise durch parametrische Fluoreszenz (Spontaneous Parametric Down-Conversion) in einem nichtlinearen Kristall erzeugt werden können. Der Gesamtzustand der primären Quelle wird auch in diesem Fall exakt durch den verschränkten Zustand in Gleichung (1) beschrieben. Die lokalen Wechselwirkungen werden jetzt durch Polarisationsanalysatoren (z. B. Wollaston-Polarisationsfilter) realisiert, deren Orientierung durch die Winkel α und β vorgegeben ist. Ein solches Experiment wurde das erste Mal von A. Aspect, P. Grangier und G. Roger durchgeführt (veröffentlicht in den Physical Review Letters 1982), wofür A. Aspect den Nobelpreis erhielt.

An dieser Stelle ist es nun von fundamentaler Bedeutung, einen entscheidenden Unterschied zum klassischen Experiment präzise herauszuarbeiten, da hierin der Kern vieler erkenntnistheoretischer Missverständnisse liegt. In der populärwissenschaftlichen und leider auch in Teilen der Fachliteratur wird die Durchführung dieses Experiments oft so beschrieben, als würde an den Photonen „die Polarisation unter dem Winkel α bzw. β gemessen“. **Diese Darstellung ist physikalisch falsch.** Dieses Experiment misst zu keinem Zeitpunkt eine

Polarisation – und sie kann es auch gar nicht. Ein Blick auf die experimentelle Realität zeigt: Gemessen wird ausschließlich ein raum-zeitliches Ereignis, nämlich das Ansprechverhalten eines Detektors – ein Klick (Registrierung) oder kein Klick (Absorption). Die Tatsache, dass wir prinzipiell keine Polarisation messen können, ist uns bereits aus der klassischen Elektrodynamik wohlvertraut. Wenn wir eine klassische elektromagnetische Welle durch ein Polarisationsfilter schicken, so misst das Messgerät ebenfalls keine „Polarisation“, sondern hinter dem Filter einen Skalar: die Intensität. Die Polarisation selbst ist keine direkt sinnlich wahrnehmbare Eigenschaft des Objekts **elektromagnetische Welle** und damit keine makroskopische Messeigenschaft. Sie ist eine rein abstrakte Eigenschaft auf Zustandsebene, die wir der elektromagnetischen Welle bzw. dem Photon zuweisen, um die im Filter stattfindenden Wechselwirkungen auf der Zustandsebene mathematisch konsistent zu beschreiben und die wirklich gemessenen Intensitäten oder Klick-Wahrscheinlichkeiten physikalisch zu begründen. Dieses Missverständnis – die Nichtunterscheidung von der Eigenschaft des Zustands und der realen Messgröße – ist eine der Ursachen für die oft mystifizierende Beschreibung des Bellschen Experiments.

Bei diesem Experiment ergeben sich nun die folgenden Wahrscheinlichkeiten, die mittlerweile auch von vielen anderen Experimenten unabhängig voneinander bestätigt wurden:

$$W_{11}(\alpha, \beta) = W_{22}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cdot \sin^2(\alpha - \beta) \quad (16)$$

und

$$W_{12}(\alpha, \beta) = W_{21}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \cdot \cos^2(\alpha - \beta). \quad (17)$$

Diese Wahrscheinlichkeiten ergeben sich offensichtlich aus den allgemeinen Ausdrücken (5) - (8), wenn wir dort $\phi = 0$ wählen. Und für die Korrelationsfunktion (12) erhalten wir in diesem Fall den Ausdruck.

$$C(\alpha, \beta) = -\cos 2(\alpha - \beta). \quad (18)$$

2.2.3 Diskussion

Zunächst einmal zeigen die obigen Betrachtungen, dass **verschränkte Zustände** eine rein mathematische Struktur sind und nicht irgendwelche mysteriösen physikalischen Zustände von Objekten der Quantenwelt. Wir greifen auf diese abstrakte mathematische Struktur lediglich zurück, um das Verhalten physikalischer Objekte (hier unsere klassischen Murmeln und quantenmechanischen Photonen) unter bestimmten Bedingungen in Übereinstimmung mit den experimentell gemessenen Werten zu bringen. Wie sinnvoll die generelle Verwendung von verschränkten Zuständen in der klassischen Physik ist, ist eine andere Frage. Hier jedenfalls erlauben sie uns eine einheitliche Beschreibung des Bellschen Experiments sowohl für klassische als auch quantenmechanische Objekte.

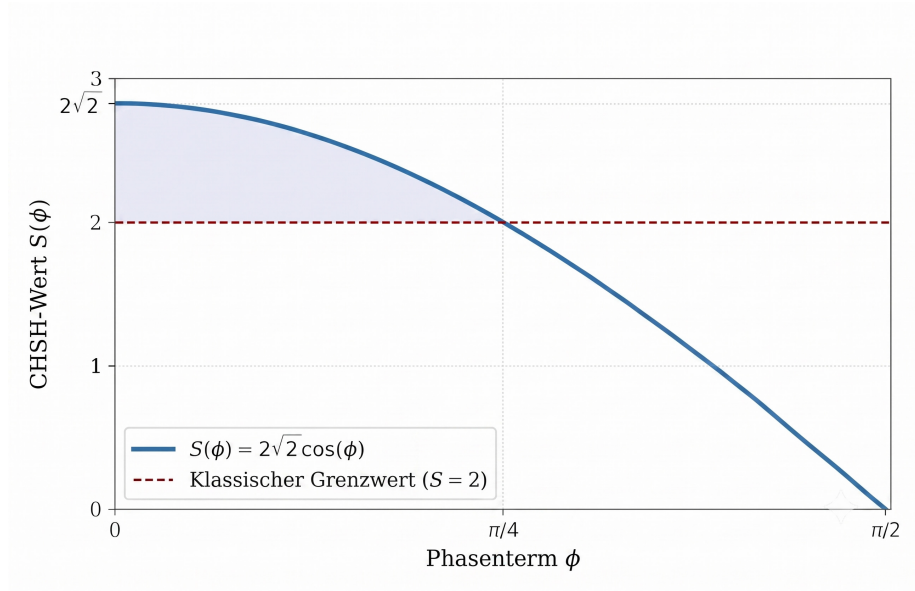


Abbildung 2: Abhängigkeit des CHSH-Wertes vom Phasenterm ϕ für die maximal verletzenden Winkelpaare

Betrachten wir nun die folgenden 4 Parameterpaare der lokalen stochastischen Wechselwirkungen:

$$(\alpha, \beta) = (0, \pi/8) \quad (19)$$

$$(\alpha, \beta') = (0, 3\pi/8) \quad (20)$$

$$(\alpha', \beta) = (\pi/4, \pi/8) \quad (21)$$

$$(\alpha', \beta') = (\pi/4, 3\pi/8). \quad (22)$$

Bei diesen 4 Winkelkombinationen zeigt die statistische Auswertung der Detektorklicks des klassischen Experiments, dass die CHSH-Ungleichung nicht verletzt wird. Und das gilt generell für beliebige 4 Winkelpaare. Im Gegensatz dazu zeigt das quantenmechanische Experiment eine deutliche Verletzung der CHSH-Ungleichung. Man erhält experimentell einen Wert von $2\sqrt{2} \approx 2,82$, was der maximalen quantenmechanischen Verletzung (dem sogenannten Tsirelson-Bound) entspricht.

Wie die obigen Betrachtungen gezeigt haben, liegt der fundamentale Unterschied zwischen dem klassischen Experiment und dem Quantenexperiment nicht darin, dass beim Photon eine reale, verborgene Eigenschaft namens „Polarisation“ auf magische, nicht-lokale Weise beeinflusst wird. Er liegt vielmehr darin, dass hier die Natur der Wahrscheinlichkeiten eine völlig andere ist: Während das klassische Experiment auf der additiven Überlagerung bereits manifestierter, realer Eigenschaften beruht, ergeben sich die quantenmechanischen Wahrscheinlichkeiten aus der Superposition der Zustände (2) und (3) auf Zustandsebene,

wo die Phasenbeziehung $\phi = 0$ (das entspricht der idealen Kohärenz zwischen den Zuständen der primären Quelle) die Messergebnisse determiniert.

Durch Einbringen eines doppelbrechenden Verzögerungsplättchens läßt sich im quantenmechanischen Experiment sogar ein zeitlicher und phasenmäßiger Versatz zwischen den Zuständen der primären Quelle induzieren. Erhöht man diesen Versatz kontinuierlich von $0 \leq \phi \leq \pi/2$, so werden die beide Pfade (die obere und untere Zeile in Abbildung 1) für die Detektoren prinzipiell unterscheidbar – die Phasenbeziehung wird „ausgewaschen“. Dieses Verhalten ist für die 4 betrachteten Winkelpaare in Abbildung 2 dargestellt. Wir können also über die Justierung dieses Phasenparameters zwischen den beiden statistischen Welten „hin- und herschalten“:

- Für $\phi = 0$ gilt: $\cos \phi = 1$, maximale Quantenkohärenz.
- Für $\phi = \pi/2$ gilt: $\cos \phi = 0$, vollständige Dekohärenz.

Das bringt uns zu der Frage, wie sinnvoll es ist, im klassischen Fall von einer **lokalen Realität** und im quantenmechanischen Fall von einer **nicht-lokalen Realität** zu sprechen, wenn wir vermittels eines Parameters zwischen diesen Realitäten hin- und herschalten können? Das würde zu folgender Situation führen:

1. Die starre Definition: Mathematisch gesehen ist die Grenze messerscharf: Alles unter oder gleich 2 ist lokal-realistisch erklärbar; alles darüber (>2) verlangt nach quantenmechanischer Nicht-Lokalisierbarkeit bzw. Verschränkung.

2. Die physikalische Realität: Wenn wir den Phasenterm ϕ kontinuierlich verändern, wandert der Messwert völlig glatt über diese rote Linie hinweg. Es gibt an der physikalischen Apparatur oder am Verhalten der involvierten Zustände beim exakten Schnittpunkt $\phi = \pi/4$ keinen singulären Sprung, keinen Phasenübergang und kein messbares „Ruckeln“. Das System verhält sich vollkommen kontinuierlich. Nimmt man jedoch die Kopenhagener Interpretation oder die gängige populärwissenschaftliche Erklärung ernst, müsste man argumentieren, dass bei $\phi = 0,79$ (kurz vor $\pi/4$) lokal verborgene Variablen noch völlig ausreichen, um das System vollständig zu beschreiben. Bei $\phi = 0,78$ (kurz nach dem Überschreiten) bricht dieses Konzept dann plötzlich zusammen, und wir müssen eine fundamentale Nicht-Lokalität annehmen. Ein solcher abrupter Wechsel der ontologischen Kategorien (von „lokal-real“ zu „nicht-lokal“) bei einer gleichzeitig völlig stetigen Änderung eines makroskopischen Laborparameters wirkt doch sehr „spukhaft“. Wenn das EPR-Papier im Jahr 1935 mit dem apodiktischen Satz schloss, dass ‚no reasonable definition of reality could be expected to permit this‘, so zeigt die glatte, kontinuierliche Realität der Bellschen Kurve in Abbildung 2 das Gegenteil: Es ist nicht die Natur, die unvernünftig handelt, wenn sie die Grenze zu $S > 2$ überschreitet – es ist unsere klassisch geprägte Vorstellung von physikalischer Realität, die an ihrer Starrheit scheitert.

2.3 Dichteoperator

Die bisher rein kinematische Beschreibung des Bellschen Experiments auf Zustandsebene, die sowohl für den klassischen als auch quantenmechanischen Fall

gilt, läßt sich mit Hilfe eines Dichteoperators, der aus einem Gemisch aus 4 Zuständen besteht, konzentriert zusammenfassen. Diesen definieren wir wie folgt:

$$\bar{\bar{S}} := \sum_{i=1}^4 P_i \cdot |s_i\rangle\langle s_i|. \quad (23)$$

Hierbei sind

$$\begin{aligned} |s_1\rangle = & +\cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle \\ & - \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle - \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} |s_2\rangle = & -\sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle \\ & - \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle + \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle \end{aligned} \quad (25)$$

$$|s_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle + |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle) \quad (26)$$

$$|s_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle + |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle) \quad (27)$$

die 4 Zustände, die wir dem Bellschen Experiment zuordnen können. Für die nicht-klassischen Korrelationsgewichte P_i gilt:

$$P_1 = P_2 = \frac{1}{2} \quad (28)$$

$$P_3 = -P_4 = 2 \cdot \cos\phi \cdot w(\alpha, \beta). \quad (29)$$

In dieser etwas allgemeineren Darstellung des Dichteoperators übernehmen die Gewichte P_i die Rolle von Quasiwahrscheinlichkeiten. Sie sind jedoch nicht als Eigenschaften des isolierten Quantenobjekts zu verstehen, sondern fungieren als Maß für die Wechselwirkung auf der Zustandsebene. Weiterhin gilt:

$$\langle s_i | s_i \rangle = 1 \quad (30)$$

$$\langle s_1 | s_2 \rangle = \langle s_3 | s_4 \rangle = 0. \quad (31)$$

Die Wahrscheinlichkeiten (5) - (8) ergeben sich aus:

$$W_{11}(\alpha, \beta) = \langle \tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B | \hat{S} | \tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B \rangle$$

$$W_{12}(\alpha, \beta) = \langle \tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B | \hat{S} | \tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B \rangle$$

$$W_{21}(\alpha, \beta) = \langle \tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B | \hat{S} | \tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B \rangle$$

$$W_{22}(\alpha, \beta) = \langle \tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B | \hat{S} | \tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B \rangle$$

Dieser Dichteoperator liefert quasi die "kinematische" Momentaufnahme des Bellschen Systems und macht die Brücke zwischen klassischer und quantenmechanischer Statistik auf formaler Ebene sichtbar:

- Die ersten beiden Terme P_1 und P_2 spannen den Raum der reinen klassischen Wahrscheinlichkeiten auf. Für den Fall der vollständigen Dekohärenz ($\phi = \pi/2$) wird $\cos \phi = 0$. Dadurch verschwinden die Gewichte P_3 und P_4 vollständig. Der Operator $\hat{S}$ reduziert sich auf einen klassischen, positiv definiten Dichteoperator, der exakt die klassischen Ergebnisse für die makroskopischen Kugeln liefert.
- Die Quantennatur – oder präziser gesagt, die kohärente Überlagerung auf der Zustandsebene – wird ausschließlich durch die Vektoren $|s_3\rangle$ und $|s_4\rangle$ und deren Interferenzterme P_3 und P_4 getragen.
- Entscheidend ist das negative Gewicht $P_4 = -P_3$. In der Standard-Quantenmechanik fordert man für Dichtematrizen üblicherweise strenge Positivität. Indem wir hier ein negatives Gewicht zulassen, konstruieren wir ein algebraisches Äquivalent zu Quasibewertungen im Phasenraum (wie der Wigner-Funktion, die ebenfalls negative Werte annehmen kann, um Quanteninterferenz abzubilden).
- Der Zustand $|s_3\rangle$ agiert mathematisch als eine Quelle für die gemischten Wahrscheinlichkeiten (W_{12}, W_{21}) . Dagegen agiert der Zustand $|s_4\rangle$ mit seinem Vorzeichenwechsel ($P_4 = -P_3$) als eine Senke für die parallelen Wahrscheinlichkeiten (W_{11}, W_{22}) . Das hebt die oft mystifizierte Nicht-Lokalität auf eine greifbare, dynamische Ebene: Sie kann als das Resultat eines deterministischen Streuprozesses im Zustandsraum verstanden werden, der Wahrscheinlichkeiten zwischen verschiedenen Messkanälen bei Erhalt der Gesamtwahrscheinlichkeit umverteilt.

3 Der Greensche Operator des Bellschen Experiments

Nachdem die formale Universalität der Zustandsbeschreibung des Bellschen Experiments durch den Dichteoperator etabliert ist, stellt sich die Frage nach dem kausalen Ursprung dieser Statistik. Die Antwort darauf liefert uns die Dynamik der Wechselwirkung, für deren kausal determinierte Beschreibung, - ausgehend von einer stochastischen Primärquelle -, nun der Greensche Operator herangezogen wird. Dabei greifen wir auf ein Vorgehen zurück, das wir von der Lösung des Streuproblems elektromagnetischer Wellen an nicht kugelförmigen Objekten aus der klassischen Elektrodynamik her kennen. Die Dynamik des Bellschen Experiments, die wir mit Hilfe eines Greenschen Operators beschreiben wollen, ist die folgende:

1. $|Q_g\rangle$ aus Gleichung (1) ist der Zustand der eingepprägten Quelle, die zum Zeitpunkt $t = 0$ eingeschaltet wird.
2. Der verschränkte Zustand dieser Quelle unterliegt zum Zeitpunkt $t = t_w$ einer Wechselwirkung $\overline{W}$.

3. Diese Wechselwirkung resultiert in einem veränderten Zustand der primären Quelle für $t > t_w$.

Dementsprechend definieren wir den Greenschen Operator wie folgt:

$$\bar{\bar{G}} := H(t_w - t) \cdot \bar{\bar{G}}_0^< + H(t - t_w) \cdot \bar{\bar{G}}_0^> \cdot \bar{\bar{W}} \cdot \bar{\bar{G}}_0^<. \quad (32)$$

Hierbei ist $H(\cdot)$ die Heaviside-Funktion, $\bar{\bar{W}}$ der Operator, der die Wechselwirkung auf beiden Seiten des Bellschen Experiments auf Zustandsebene beschreibt, und $\bar{\bar{G}}_0^<$ und $\bar{\bar{G}}_0^>$ sind die ein- und auslaufenden Operatoren des jeweils ungestörten Problems vor und nach der Wechselwirkung. Im hier betrachteten 4-dim. Ereignisraum werden alle Operatoren durch 4×4 -Matrizen repräsentiert.

$\bar{\bar{G}}_0^<$ und $\bar{\bar{G}}_0^>$ sind durch das dyadische Produkt der beiden Sätze von Basisvektoren gegeben:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{G}}_0^< &= \sum_{i=1}^4 |\Phi_i\rangle \langle \Phi_i| \\ \bar{\bar{G}}_0^> &= \sum_{i=1}^4 |\tilde{\Phi}_i\rangle \langle \tilde{\Phi}_i|. \end{aligned} \quad (33)$$

Die jeweiligen Basisvektoren sind

$$\begin{aligned} |\Phi_1\rangle &= |\varphi_+, \varphi_+^B\rangle \\ |\Phi_2\rangle &= |\varphi_+, \varphi_-^B\rangle \\ |\Phi_3\rangle &= |\varphi_-, \varphi_+^B\rangle \\ |\Phi_4\rangle &= |\varphi_-, \varphi_-^B\rangle \\ |\varphi_+^{A|B}\rangle &= (1, 0) \\ |\varphi_-^{A|B}\rangle &= (0, 1) \end{aligned} \quad (34)$$

und

$$\begin{aligned} |\tilde{\Phi}_1\rangle &= |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle \\ |\tilde{\Phi}_2\rangle &= |\tilde{\varphi}_1^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle \\ |\tilde{\Phi}_3\rangle &= |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_1^B\rangle \\ |\tilde{\Phi}_4\rangle &= |\tilde{\varphi}_2^A, \tilde{\varphi}_2^B\rangle \\ |\tilde{\varphi}_1^{A|B}\rangle &= (\cos \alpha |\beta, -\sin \alpha |\beta) \\ |\tilde{\varphi}_2^{A|B}\rangle &= (\sin \alpha |\beta, \cos \alpha |\beta) \end{aligned} \quad (35)$$

$\bar{\bar{G}}_0^<$ und $\bar{\bar{G}}_0^>$ sind somit 1-Operatoren bzw. Einheitsmatrizen im jeweiligen Zustandsraum vor und nach der Wechselwirkung. Von dem Green-Operator (32) fordern wir außerdem die Erfüllung der Bedingung

$$\sum_{k=1}^4 \langle \Phi_k | \bar{G} | \Phi_k \rangle \Big|_{t < t_w} = \sum_{k=1}^4 \langle \Phi_k | \bar{G} | \Phi_k \rangle \Big|_{t > t_w} \quad (36)$$

für die Erhaltung der Gesamtwahrscheinlichkeit nach der Wechselwirkung.

Bei der Berechnung der Streuung einer ebenen elektromagnetischen Welle an einem Objekt mit ideal metallischer Oberfläche gilt auf dessen Oberfläche die homogene Dirichlet-Bedingung. Mit Hilfe dieser Bedingung können wir die Waterman-T-Matrix als Wechselwirkungselement der entsprechenden Greenfunktion bestimmen und das Streuproblem lösen. Auf die gleiche Weise können wir jetzt auch hier beim Bellschen Experiment vorgehen. Setzen wir (32) in die Bedingung (36) ein, erhalten wir

$$\sum_{i,k=1}^4 \langle \bar{\Phi}_k | \bar{\Phi}_i \rangle \langle \bar{\Phi}_i | \bar{\Phi}_k \rangle = \sum_{i,k=1}^4 \langle \bar{\Phi}_k | \sum_{j=1}^4 |\tilde{\Phi}_j\rangle \langle \tilde{\Phi}_j | \bar{W} | \bar{\Phi}_i \rangle \langle \bar{\Phi}_i | \bar{\Phi}_k \rangle \quad (37)$$

Daraus folgt die Bestimmungsgleichung für die Matrixelemente von $\bar{W}$:

$$|\bar{\Phi}_i\rangle = \sum_{j=1}^4 [W]_{ji} \cdot |\tilde{\Phi}_j\rangle \quad ; \quad i = 1, \dots, 4 \quad (38)$$

mit

$$[W]_{ji} = \langle \tilde{\Phi}_j | \bar{W} | \bar{\Phi}_i \rangle \quad \text{als Matrixelemente von } \bar{W}$$

Bei Verwendung von Supervektoren schreiben wir anstelle von (38):

$$(|\bar{\Phi}_1\rangle, |\bar{\Phi}_2\rangle, |\bar{\Phi}_3\rangle, |\bar{\Phi}_4\rangle) = (|\tilde{\Phi}_1\rangle, |\tilde{\Phi}_2\rangle, |\tilde{\Phi}_3\rangle, |\tilde{\Phi}_4\rangle) \cdot \bar{W}^{tp} \quad (39)$$

Diese Gleichung multiplizieren wir dyadisch von links mit den Basisvektoren $|\bar{\Phi}_i\rangle, i = 1, \dots, 4$:

$$\begin{pmatrix} \langle \tilde{\Phi}_1 | \\ \langle \tilde{\Phi}_2 | \\ \langle \tilde{\Phi}_3 | \\ \langle \tilde{\Phi}_4 | \end{pmatrix} \circ (|\bar{\Phi}_1\rangle, |\bar{\Phi}_2\rangle, |\bar{\Phi}_3\rangle, |\bar{\Phi}_4\rangle) = \begin{pmatrix} \langle \tilde{\Phi}_1 | \\ \langle \tilde{\Phi}_2 | \\ \langle \tilde{\Phi}_3 | \\ \langle \tilde{\Phi}_4 | \end{pmatrix} \circ (|\tilde{\Phi}_1\rangle, |\tilde{\Phi}_2\rangle, |\tilde{\Phi}_3\rangle, |\tilde{\Phi}_4\rangle) \cdot \bar{W}^{tp} \quad (40)$$

Damit ergibt sich die gesuchte Wechselwirkungsmatrix zu

$$\bar{W} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (41)$$

Setzen wir diese in den Greenschen Operator (32) ein und wenden ihn auf die primäre stochastische Quelle (1) an, ergibt sich der Gesamtzustand (4):

$$|\Psi_g\rangle = \bar{G} \cdot |Q_g\rangle. \quad (42)$$

Es sind in diesem Fall gerade die Spalten 2 und 3 der Wechselwirkungsmatrix, welche die in Abschnitt 2 empirisch eingeführten Wahrscheinlichkeitsamplituden ergeben.

4 Zusammenfassung

Ich möchte die Ergebnisse dieser Arbeit abschließend noch einmal in 4 Punkten zusammenfassen:

- Verschränkte Zustände sind keine mystischen physikalischen Verbindungen, sondern eine abstrakte mathematische Struktur zur konsistenten physikalischen Begründung von Messergebnissen bei entsprechenden Wahrscheinlichkeitsexperimenten sowohl im klassischen als auch im quantenmechanischen Bereich.
- Die Verletzung der Bellschen- bzw. CHSH-Ungleichung offenbart keinen unerklärlichen “Spuk”, sondern resultiert aus einer fundamental anderen Natur der Wahrscheinlichkeiten. Wie auch in der Elektrodynamik müssen beim Bellschen Experiment die Wechselwirkungen auf Zustandsebene betrachtet werden. Die Polarisierung von Photonen ist dabei eine ebensolche abstrakte und nicht einer direkten Messung zugängliche Eigenschaft wie in der klassischen Elektrodynamik. Erst nach der Wechselwirkung wird durch Bildung des Betragsquadrats zu messbaren Wahrscheinlichkeiten übergegangen. Da die Grenze, die durch die Bellsche- bzw. CHSH-Ungleichung definiert wurde, auf dem klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff von Kolmogorov beruht, ist es nicht verwunderlich, daß diese durch quantenmechanische Experimente überschritten werden kann.
- Mit Hilfe des Kohärenzparameters ϕ kann kontinuierlich von den Wahrscheinlichkeiten des quantenmechanischen Experiments zu den Wahrscheinlichkeiten des klassischen Experiments übergegangen werden. Es ist schwer vorstellbar, dass dieser Übergang mit einem stetigen Übergang von einer lokalen zu einer nicht-lokalen Realität einhergehen soll.
- Das die mitunter diskutierte Aufgabe der Kausalität in der Quantenphysik fragwürdig ist, wurde hier am Beispiel des Greenschen Operators, der sich dem Bellschen Experiment zuordnen läßt, gezeigt. Wie auch in der klassischen Elektrodynamik verlangt die Methode der Greenschen Funktionen notwendigerweise eine primäre Quelle als Ursache für eine durch eine später stattfindende Wechselwirkung hervorgerufene Änderung des Zustands. Die Ursache-Wirkungskette wird nicht aufgehoben oder verkehrt. Und solange die primäre Ursache eine stochastische Quelle ist, werden auch die Messergebnisse nur stochastisch determiniert sein. Wir sollten lediglich Wahrscheinlichkeiten, berechnet aus den relativen Häufigkeiten in einem Experiment, als Teil unserer physikalischen Realität akzeptieren.

5 Danksagung

Diese Arbeit ist das Ergebnis einer mehrwöchigen, intensiven Diskussion mit dem KI-Model Gemini. Es hat sich als außerordentlich hilfreich bei der Bereitstellung strukturierter Informationen zu dem Thema des Bellschen Experiments und EPR erwiesen, die mich ansonsten Monate gekostet hätten. Die Tiefe der Diskussion sowohl physikalischer als auch philosophischer Aspekte hat mich beeindruckt und bzgl. mancher Aspekte inspiriert. Besonders wertvoll bei diesen Diskussionen empfand ich, dass sie sehr neutral und frei von persönlichen Interessen geführt wurden, was im realen Geschäftsbetrieb eines Physikers nicht immer möglich ist. Einen besseren Sparringspartner, um Ideen zu überprüfen, kann man sich nicht wünschen. Es zeigt das enorme Potential, das solche KI-Modelle auch für die wissenschaftliche Arbeit bieten. Sie können uns von vielen lästigen Dingen befreien, uns strukturiert vorhandenes Wissen zur Verfügung stellen und so dazu beitragen, dass wir uns wieder auf unsere eigentliche Aufgabe fokussieren können: Wissen zu schaffen.